مـواضيـع الإرســال الأول

1- الـقـيـاسات الـفـيـزيـائـيـة

2- حركيات الـنـقـطـة المـاديـة

* الدراسة الـعـامـة للـحـركـة

*دراسـة بـعـض الـحـركـات :

- الـحـركات الـمـسـتـقـيـمـة
- الـحـركـة الـمسـتـقـيـمـة الـجـيـبـيـة
- الحركات الدائرية

3- حـركـة مـركـز الـعـطـالـة

4- نـظـريـة مـركـز الـعـطـالـة

5- تطبيقات نظرية مركز العطالة

6- دوران جسم صلب حول محور ثابت

7- تطبيقات قوانين الميكانيك الكلاسيكي

-حركة جسيمة خاضعة لـقـوة ثابـتـة

- قـوى الـعـطـالـة
- الأقمار الاصطناعية

تـمـاريـن خـاصـة بالإرسـال الأول

القياسات الفيزيائية

الأهداف من الدرس :

1 – يتذكر أن القياس الفيزيائي قياس تقريبي

2 – يدرك معنى دقة القياس

3 – يعبر عن نتائج القياس بيانياً

4 – يكتب نتيجة القياس ويعبر عنها في إطار الأرقام الدالة.

المدة اللازمة لدراسته : 5 ساعات

المراجع الخاصة بهذا الدرس :

– كتاب الفيزيائي للسنة الثالثة ثانوي

–المعهد التربوي – كتاب فيزيائي خارجي.

تصميم الدرس

1 - المقادير الفيزيائية ووحداتها في الجملة الدولية.

2 – مفهوم القياس الفيزيائي.

3 – الخطأ في القياس الفيزيائي

4 - حساب الإرتيابات

5 - التعبير عن القياس الفيزيائي

6 - تمثيل نتائج القياس بيانياً

7 - أسئلة التصحيح الذاتي

8 – أجوبة التصحيح الذاتي

المقادير الفيزيائية ووحداتها في الجملة الدولية :

لنتصور أنفسنا ونحن ندرس الظواهر الفيزيائية بشكل عام، هل نكتفي بمشاهدة الظاهرة فقط ونقول أننا درسنا الظاهرة أم يجب علينا دراسة هذه الحوادث من الناحية الكمية لإستنباط أو إستخراج القوانين الخاصة بها أو تطبيق هذه القوانين إن كانت معروفة لتقد يرنواتج هذه الحوادث.

بالطبع يجب علينا دراسة هذه الحوادث من الناحية الكمية، ولنأخذ مثالاً على ظاهرة فيزيائية : مرور التيار الكهربائي في ناقل أومي، نستطيع مثلاً قياس طول الناقل ومقطعه وزمن مرور التيار فيه، وقياس شدة التيار وكذلك قياس المكافئ المائي للمسعر أي كتلة الماء المكافئة له حرارياً إذا كان الناقل موضوعاً في مسعر مائي، وكذلك إرتفاع درجة حرارة هذا المسعر وغير ذلك من القياسات.

إن الطول والمقطع والزمن وشدة التيار ودرجة الحرارة تعتبر مقادير فيزيائية.

أ – المقدار الفيزيائي :

هو كل ما يأخذ في ظروف محددة تماماً قيمة معينة تتغير بتغير هذه الظروف.تعريف جملة الوحدات :

ب – الجملة الدولية للوحدات (S.I) :

إتخذ المؤتمر العام الحادي عشر للأوزان والمقاييس الذي عقد في باريس عام 1960 م قراراً بإعتماد الجملة الدولية للوحدات ورمزها الدولي (S.I) وهي جملة تضم ستة (06) وحدات أساسية و وحدتين متممتين، أما بقية الوحدات فهي مشتقة.

المقدار	وحدة القياس	الرمز	
الطول	المتر	م	M
الكتلة	الكيلو غرام	كغ	Kg
الزمن	الثانية	ثا	S
شدة التيار	الأمير	آ	A

2 - مفهوم القياس الفيزيائي :

أ – تعريف :

القياس هو البحث عن عدد المرات التي يحتويها مقدار على مقدار آخر من نفس النوع والذي يعتبر كوحدة كون المقدار قابلا للقياس عندما نستطيع إيجاد النسبة بين كميتين منه أو إيجاد تساويهما أو مجموعهما.

ب – نوعاً القياس :

القياس نوعان مباشر و غير مباشر

– **القياس المباشر :** ويجرى بأدوات القياس ويقرأ ناتجة مباشرة كقياس شدة التيار وفرق الكمون والزمن والطول ... إلخ.

– **القياس غير المباشر :** هو الذي نحصل عليه بالحساب من معرفة العلاقة بين عدة مقادير بعد إجراء القياس المباشر عليها، كقياس المساحة الكتلة الحجمية، كمية الكهرباء، السرعة ، الطاقة الحركية .... إلخ

3 - الخطأ في القياس الفيزيائي :

نفرض أننا قمنا بقياس كتلة جسم معين بواسطة الميزان ثلاث مرات فحصلنا على النتائج التالية

- القياس الأول ل$_1$ = 156.0غ
- القياس الثاني ل$_2$ = 155.5غ
- القياس الثالث ل $_3$ = 154.8غ

نلاحظ إختلافا بسيطاً في هذه القياسات وليس لدينا أي دليل يؤكد أن أحد هذه القياسات هو الأصح دون غيره وأنه هو الذي يعطي القيمة الحقيقية للمقدار المقاس، والسبب في وجود هذا الإختلاف يرجع إلى الأخطاء المرتكبة أثناء عملية القياس ومن أسبابها.

*** أخطاء ناتجة عن أجهزة القياس :**

وتسمى أخطاء نظامية وهي تتكرر بإنتظام أثناء القياس إما بالزيادة دوماً أو بالنقصان دوماً وتنتج عن آلة القياس : كالتدريج غير المنتظم أو قدم الأجهزة أو عدم ضبطها قبل بداية القياس . . . . .إلخ.

*** أخطـاء نـاتجـة عن الـشـخـص الـمجرب :**

ويكــون الـخطـأ هنـا بـسبـب وضـعيـة الـشـخـص الـذي يقـوم بـالـقيـاس والـتـي تـؤدي إلــى إخـتـلاف زاويــة الــنظـر أثــنـاء الـقــراءة، أو عــدم مـهـارة الـشـخـص الـذي يـقيـس ، أو عدم سـلامـة حـواس الـمـجـرب.

*** أخطـاء نـاتجـة عن ظروف طـارئـة (مـصادفـة) :**

وهــي أخطــاء تـحـدث تــارة بـالـزيـادة وتــارة بـالـنقـصــان نـتيـجـة لظـروف طـارئـة كـتـغـيـر درجــة الـحــرارة فـجــأة أو شـدة الـضـوء أو الـريــاح ... إلـخ مـمـا قـد يـؤدي إلـى الـتـأثـيـر عـلـى أجـهـزة الـقيـاس وبـالـتـالـي عـلـى الـقيـاس نـفسـه.

ولـذلـك يـجـب الإنـتـبـاه جـيـداً عـنـد إجـراء الـقيـاسـات الـفيـزيـائـيـة وضـبـط الأجـهـزة قـبـل الإسـتـعـمـال وإنـتـقـاء أفـضـلـهـا لـلـتـقـلـيـل مـن الـخطـأ.

أنـواع الأخـطـاء :

عــنـد قــيـاس مـقــدار مــا ($ق_0$) إذا كــررنـا الـقــيـاس عــدة مــرات مــن طــرف عــدة أشـخـاص فـإنـنـا نـحـصـل عـلـى قـيـم مـخـتـلـفـة إخـتـلافـاً بـسـيـطـا جـداً فـيـمـا بـيـنـهـا ولا نـسـتـطـيـع الـجــزم أن إحــدى هـاتــه الـقــيـم هــي الأصــح مـعــنـى ذلــك ام الـمـقــدار ($ق_0$) لــيـس إـلا قــيـمـة تـقـريـبـيـة فـإذا كـانـت $ق_ح$ الـقـيـمـة الـحـقـيـقـيـة لـلـمـقـدار الـمـقـاس فـإنـنـا نـسـمـي الـمـقـدار : $\delta ق = ق_ح - ق_0$ الـخطـأ الـمطـلـق

الـخطـأ الـمطـلـق (δ ق) :الـخطـأ الـمطـلـق فـي الـقيـاس هـو عـدد جـبـري حـقيـقـي نـعـبـر عـنـه بـالـفـرق بـيـن الـقـيـمـة الـمـقـاسـة (الـتـقـريـبـيـة) $ق_0$ والـقيمة الـحـقـيـقـيـة لـلمقدار : $ق_ح$ ، $\delta ق = ق_ح - ق_0$ ويـتـمـيـز بـوحـدة الـقيـاس.

الـخطـأ الـنـسـبـي : هـو الـنـسـبـة بـيـن الـخطـأ الـمطـلـق δ ق والـقـيـمـة الـحـقـيـقـيـة $ق_ح$

أي $\frac{\delta ق}{ق_ح}$ وهـو لا يـتـمـيـز بـوحـدة الـقيـاس.

إن كـلا مـن الـقـيـمـة الـحـقـيـقـيـة والـخطـأ الـمطـلـق مـجـهـولان ولـهـذا نـسـتـخـدم الإرتـيـابـات

الإرتـيـابـات :

الإرتــيــاب الـمـطـلــق (Δ ق) :بـمـا أن الـخطـأ الـمطـلـق (δ ق) غـيـر مـعـلـوم لـجـهـلـنـا لـلـقـيـمـة الـحـقـيـقـيـة $ق_ح$ لـلـمـقـدار الـذي نـقـيـسـه لـذلـك نـلـجـأ لـلـبـحـث عـن حـد أعـلـى لـه نـسـمـيـه الإرتـيـاب الـمطـلـق : Δ ق

تعريف : الإرتياب المطلق هو القيمة العظمى للخطأ الحقيقي والتي لا يمكن تجاوزها إلا في أسوء الحالات إحتمالاً

Δ ص $\geq |\delta$ ص$|$

ويكون دوماً متبوعاً برمز أو إسم وحدة القياس المستعملة.

– إن الإرتياب المطلق يكون من رتبة تدريجية واحدة من تدريجات جهاز القياس، مثلاً عند إستخدام مسطرة ميليمترية فإن الإرتياب المطلق Δ ل = 1 ملم، وعند إستخدام قدم قنوية بقرنية عشرية فإن الإرتياب المطلق

Δ ل = 0.1 ملم

التعبير عن نتيجة قياس مقدار ما :

إذا كانت القيمة التقريبية لقياس مقدار ما هي $ق_0$ فإننا نعبر عن نتيجة قياس هذا المقدار بالعلاقة $ق_ح = ق_0 \pm \Delta ق$

مثال : عند قياس طول قطعة خشبية عدة مرات حصلنا على النتائج التالية : 20 سم ، 20.2 سم ، 20.1 سم ، 19.9 سم ، 20 سم أوجد نتيجة القياس :

الحل :

القيمة الوسطى : $ل_و = \frac{20 + 20.2 + 20.1 + 19.9 + 20}{5} = 20.04$ سم

$\Delta ل1 = |ل_ء - ل_و| = 20.2 - 20.04 = 0.16$ سم.

$\Delta ل2 = |ل_ص - ل_و| = 20.04 - 19.9 = 0.14$ سم

$\Delta ل = \frac{\Delta ل_1 + \Delta ل_2}{2} = \frac{0.16 + 0.14}{2} = 0.15$ سم

ومنه نكتب نتيجة القياس : $ل = ل_و \pm \Delta ل$

$ل = (20.04 \pm 0.15)$ سم

الإرتياب النسبي :

هو حاصل قسمة الإرتياب المطلق(Δ ق) على القيمة المقاسة والتي يمكن إعتبارها عملياً القيمة الوسطى. أي هو : $\frac{\Delta ق}{ق_0}$ وهو يعبر عن دقة القياس.

مـثـال :

إذا كـانـت الـقـيـمـة الـمـقـاسـة $ل_1 = 10$ سم وبـإرتـيـاب مـطـلـق $\Delta ل_1 = 1$ مـلـم

والـقـيـمـة الـمـقـاسة $ل_2 = 20$م وبـإرتـيـاب مـطـلـق $\Delta ل_2 = 2$ سم

أ – أحـسـب الإرتـيـاب الـنـسـبـي فـي كـل مـن الـقـيـاسـيـن

ب – أي الـقـيـاسـيـن أدق ؟

الـحـل :

الإرتـيـاب الـنـسـبـي فـي الـقـيـاس الأول : $\frac{\Delta ل_1}{ل_1} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$

الإرتـيـاب النسبي فـي الـقيـاس الثاني : $\frac{\Delta ل_2}{ل_2} = \frac{2}{2000} = 0.001 = 0.1\%$

ففـي الـقـيـاس الأول يكـون مـقـداراً الـخـطـأ هـو + 1 مـلـم أو-1 مـلـم فـي 100 مـلـم

أمـا فـي الـقـيـاس الـثـانـي فـمـقـدار الـخـطـأ هو:

+2 سـم أو – 2 سـم فـي 2000 سـم

أي: + 20 مـلـم أو – 20 مـلـم في 20000 مـلـم

أي: + 0.1 مـلـم أو – 0.1 مـلـم فـي 100 مـلـم

ومـنـه نـجـد أن الـقـيـاس الـثـانـي هـو الأدق.

بـالـرغـم مـن أن الإرتـيـاب الـمـطـلـق الـثـانـي أكـبـر مـن الإرتـيـاب الـمـطـلـق الأول إلا أن الـقـيـاس الـثـانـي أدق مـن الأول.

نـتـيـجـة :

لا تـتـوقـف دقـة الـقـيـاس عـلـى الإرتـيـاب الـمـطـلـق فـقـط بـل عـلـى الـنـسـبـة بـيـنـه وبـيـن الـقـيـمـة الـمـقـاسـة عـلـى أن تـكـون الـوحـدات مـتـمـاثـلـة. ويـكـون الـقـيـاس أكـثـر دقـة كـلـمـا كـان الإرتـيـاب الـنـسـبـي صـغـيـراً.

4 – حساب الإرتيابات :

في القياسات المباشرة غالباً لا نحتاج إلى حساب الإرتياب المطلق بل يعطى من طرف صانع الجهاز (يكتب على الجهاز) أو يكون من رتبة تدريجية واحدة من تدريجات الجهاز، أما في القياسات غير المباشرة فإننا نلجأ إلى تطبيق علاقات رياضية تمكننا من حساب الإرتيابات، نلخصها فيما يلي :

أ – حالة مجموع جبري :

إذا كان لدينا المقدار س = أ + ب – جـ وقد قيست كل من أ ، ب ، جـ بالأخطاء : δ أ ،δ ب ، δ جـ، يكون الخطأ في س هو δ س ونكتب :

س + δس = (أ + δ أ) +(ب + δ ب) – (جـ + δ جـ)

س +δس=(أ + ب– جـ)+(δ أ + δ ب –δ جـ)⇐ δ س =δ أ +δ ب– δ جـ وحسب تعريف الإرتياب المطلق نكتب :

Δس = Δ أ + Δب + Δ جـ

في حالة المجموع الجبري تجمع الإرتيابات المطلقة جمعاً عادياً

مثال :

إذا كانت نتيجة قياس كل من أ ، ب، جـ هي :

أ =(17.0± 0.1) سم ، ب = (8.0± 0.2) سم ، جـ = (9.00 ±0.13) سم

أوجد القيمة الحقيقية للمقدار س = أ + ب – جـ

الحل :

$س_{\circ} = أ_{\circ} + ب_{\circ} - جـ_{\circ}$

$س_{\circ}$ = 17.0 + 8.0 – 9.00 = 16.0 سم

Δس = Δأ + Δب + Δجـ

Δس = 0.1 + 0.2 + 0.13 = 0.43 سم ≅ 0.4 سم

نتيجة قياس س هي س = $س_{\circ}$ ± Δ س

س = (16.0 ± 0.4) سم

ب – حالة الجداء :

إذا كان س = أ . ب حيث أ ، ب مقداران فيزيائيين قيساً بالخطأين δ أ ، δب، يكون الخطأ في س هو δس ، ونكتب :

$$س + \delta س = (أ + \delta أ)(ب + \delta ب)$$

$$س + \delta س = أب + أ \delta ب + ب \delta أ + \delta أ \delta ب$$

بإهمال δ أ δ ب لصغره أمام باقي المقادير نكتب

$$س \rightarrow س + \delta س = أب + أ \delta ب + ب \delta أ \qquad س = أب$$

ومنه $\delta س = أ \delta ب + ب \delta أ$

فيكون الخطأ النسبي $\dfrac{\delta س}{س} = \dfrac{أ \delta ب}{س} = \dfrac{ب \delta أ}{س} = \dfrac{أ \delta ب}{أ ب} + \dfrac{ب \delta أ}{أ ب}$

$$\frac{\delta س}{س} = \frac{\delta أ}{أ} + \frac{\delta ب}{ب}$$

وحسب تعريف الإرتياب المطلق نكتب :

الارتباط النسبي : $\boxed{\dfrac{\Delta س}{س} = \dfrac{\Delta أ}{أ} + \dfrac{\Delta ب}{ب}}$

الارتياب المطلق : $\boxed{\Delta س = س \left(\dfrac{\Delta أ}{أ} + \dfrac{\Delta ب}{ب} \right)}$

مثال : قيست أبعاد متوازي مستطيلات فكانت النتائج كالتالي :

س = (2.1 ± 0.1) سم ،ع = (3.2 ± 0.1) سم ،ص = (5.3 ± 0.12) سم

أوجد نتيجة قياس حجمه ح.

الحل : $ح_{0} = س_{0} \times ع_{0} \times ص_{0}$

$$ح_{0} = 2.1 \times 3.2 \times 5.3 = 35.6 \text{ سم}^3$$

لإرتياب المطلق :

$$\Delta ح = \left(\frac{\Delta س}{س_0} + \frac{\Delta ع}{ع_0} + \frac{\Delta ص}{ص_0} \right) ح_0$$

$$\Delta ح = \left(\frac{0.1}{2.1} + \frac{0.1}{3.2} + \frac{0.1}{5.3} \right) 35.6$$

$\Delta ح \cong 3.8$ سم^3

ومنه نكتب نتيجة القياس : ح = $ح_{0} \pm \Delta$ ح

ح = (35.6 ± 3.8) سم^3

جـ – حالة القسمة : إذا كان $س = \dfrac{أ}{ب}$ حيث أ، ب مقداران فيزيائيان

نكتب : أ = ب س ، وباستعمال حالة الجداء نجد :

$$\frac{\delta أ}{أ} = \frac{\delta ب}{ب} + \frac{\delta س}{س} \Leftarrow \frac{\delta س}{س} = \frac{\delta أ}{أ} - \frac{\delta ب}{ب}$$

وحسب التعريف الإرتياب المطلق فإننا نكتب :

– الإرتياب النسبي :

$$\boxed{\frac{\Delta س}{س} = \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta ب}{ب}}$$

الإرتياب المطلق :

$$\boxed{\Delta س = س\left(\frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta ب}{ب}\right)}$$

مثال : أحسب الكتلة الحجمية لصفيحة معدنية كتلتها ك = (39 ± 1) غ وحجمها ح = (5.0 ± 0.1) سم^3

الحل :

$$كح_0 = \frac{ك_0}{ح_0} = \frac{39}{5.0} = 7.8 \text{ غ/ سم}^3$$

الإرتياب المطلق : $\Delta كح = كح_0 \left(\frac{\Delta ك}{ك_0} + \frac{\Delta ح}{ح_0}\right)$

$$\Delta كح = 7.8\left(\frac{1}{39} + \frac{0.1}{5}\right)$$

$$\Delta كح = 0.4 \text{ غ/ سم}^3$$

ومنه تكون الكتلة الحجمية لمعدن الصفيحة :كح = كح$_0$ + Δكح

كح = (7.8 ± 0.4) غ/ سم^3

د – حالة أ س :

إذا كان لدينا : س = $أ^{ن}$ حيث أ مقدار فيزيائي ، ن عدد حقيقي ، فاعتماداً على حالة الجداء يمكن أن نكتب :

ومنه يكون الإرتياب النسبي هو :

$$\frac{\Delta س}{س} = \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta أ}{أ} + \text{.......ن مرة}$$

$$\boxed{\frac{\Delta س}{س} = |ن|\frac{\Delta أ}{أ}}$$

الإرتياب المطلق :

$$\boxed{\Delta س = |ن|\, س \frac{\Delta أ}{أ}}$$

مثـال : يـعطـى دور الـنـواس الـبسيط بـالـعـلاقـة د = 2 π ق$\sqrt{\frac{ل}{ج}}$

حـيـث ل طـول الـنـواس ، ج شـدة شـعـاع الـجاذبـيـة.

فـإذا كـان ل = (1.00 ± 0.01) م ، و، ج = (9.8 ± 0.1) م/ثا^2

أحـسـب دور هـذا الـنـواس :

$$د_0 = 2\,\pi\, ق\sqrt{\frac{ل}{ج}} = 2\,\pi\, ق\sqrt{\frac{1}{9.8}} = 2.00 \text{ ثا}$$

حـسـاب الارتـيـاب المطـلـق Δ د :

$$\text{لديـنـا } د = 2\,\pi\, ق\sqrt{\frac{ل_0}{ج_0}} = 2\,\pi\, ق\frac{ل^{\frac{1}{2}}}{ج^{\frac{1}{2}}} = 2\,\pi\, ل^{\frac{1}{2}}\, ج^{-\frac{1}{2}}$$

فـيـكـون الارتـيـاب انـسـبـي :

$$\frac{\Delta د}{د_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta ل}{ل_0} + \frac{1}{2}\frac{\Delta ج}{ج_0}$$

و الارتـيـاب الـمـطـلـق :

$$\Delta د = د_0 \left(\frac{\Delta ل}{2\, ل_0} + \frac{\Delta ج}{2\, ج_0}\right)$$

$$\Delta د = \frac{2}{2}\left(\frac{0.01}{1} + \frac{0.1}{9.8}\right) = 0.02 \text{ ثا}$$

*ومنه دور هـذا الـنـواس : د = $د_0 \pm \Delta د$

د = (2.00 ± 0.02) ثا

هـ – تـعـمـيـم :

إذا كـان لـديـنـا ص = ثـا $ق_1^{ن} . ق_2^{هـ} ق_3^{ل}$ × .... حـيـث $ق_1$، $ق_2$، $ق_3$ .... مـقـاديـر فـزيـائـيـة و ن ، هـ ، ل ... أعداد حـقـيـقـيـة، فـحـسـب مـا سبق يـكـون الارتـيـاب الـنـسـبـي عـلـى ص هـو :

$$\frac{\Delta ص}{ص} = |ن|\frac{\Delta ق_1}{ق_1} + |هـ|\frac{\Delta ق_2}{ق_2} + |ل|\frac{\Delta ق_3}{ق_3} + \,.....$$

و يـكـون الارتـيـاب الـمـطـلـق عـلـى ص هـو :

$$\Delta ص = \left(|ن|\frac{\Delta ق_1}{ق_1} + |هـ|\frac{\Delta ق_2}{ق_2} + |ل|\frac{\Delta ق_3}{ق3} + ...\right) \times ص$$

ج دساتير التقريب :

– عند إجراء الحساب بين المقادير الفيزيائية التي تحتوي على عدة أرقام عشرية ذات دلالة، تكون الحسابات معقدة وتستغرق وقتاً طويلاً وتزيد من إحتمال الخطأ، لذلك نلجأ إلى إستخدام دساتير التقريب شريطة أن يكون الإرتياب النسبي في النتيجة النهائية أقل أو يساوي الإرتياب النسبي الذي تعطى به المقادير الفيزيائية التي تدخل في الحساب.

فإذا كان لدينا مثلاً :

ص = $(1.000 + 0.005)(1.000 + 0.002)$

فإن : ص = $1.000 + 0.005 + 0.002 + 0.000010 = 1.007010$

فإذا أهملنا الحد : 0.000010 الذي رتبته أقل من 10^{-4} لصغره أمام باقي الحدود الأخرى.فإن الإرتياب النسبي في المقدار ص يكون :

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\text{ص}} = \frac{10^{-5}}{1.00701} \cong 10^{-5}$$

وهو اقل من $\frac{0.005}{1}$ وأقل من $\frac{0.002}{1}$

و منه نستطيع أن نكتب :

ص $\approx 1.000 + 0.005 + 0.002 = 1.007$.

فإذا كان لدينا ص = (1 + ع)(1 + عَ)، فإن :

ص $\cong$ 1 +ع + عَ ، بإهمال الجداء ع.عَ

وإذا كان لدينا ص = (1 +ع) (1 + عَ) (1 + عً)، فإن :

ص $\cong$ 1 + ع + عَ + عً ، حيث ع، عَ، عً مقادير صغيرة جداً أمام الواحد (1). إذا كان ع = عَ = عً =..... = $ع_0$

فإن : ص = (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$)...

$$\boxed{\text{ص} = (1 + ع_0)^{ن} \cong 1 + ن\, ع_0}$$

يمكن تعميم هذا الددستور من أجل قيم حقيقية لـ ن (ن ∍ ح) وإليك الأمثلة التالية للتوضيح حيث ع صغير جداً أمام الواحد.

$\sqrt{1+ع} = (1+ع)^{½} \cong 1 + \frac{ع}{2}$	$\sqrt{1-ع} = (1-ع)^{½} \cong 1 - \frac{ع}{2}$
$\sqrt[ن]{1+ع} = (1+ع)^{1/ن} \cong 1 + \frac{ع}{ن}$	$\sqrt[ن]{1-ع} = (1-ع)^{1/ن} \cong 1 - \frac{ع}{ن}$
$\frac{1}{\sqrt{1+ع}} = (1+ع)^{-\frac{1}{2}} \cong 1 - \frac{ع}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{1-ع}} = (1-ع)^{-½} \cong 1 + \frac{ع}{2}$
$\frac{1}{\sqrt[ن]{1+ع}} = (1+ع)^{-\frac{1}{ن}} \cong 1 - \frac{ع}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt[ن]{1-ع}} = (1-ع)^{-1/ن} \cong 1 + \frac{ع}{ن}$
$\frac{1+ع}{1+عَ} = (1+ع)(1+عَ)^{-1} \cong (1+ع)(1-عَ) \cong 1 + ع - عَ$	

أمثلة :

1 – أحسب قيمة ص حيث : ص = $\frac{1.003}{0.996}$

الحل :

ص = $\frac{1.003}{0.996} = \frac{(1+0.003)}{1-0.004} = (1 + 0.003)(1 - 0.004)^{-1}$ ،

ص = $(1 + 0.003)(1 + 0.004)$،

ص = $1 + 0.003 + 0.004 = 1.007$

2 – نفس السؤال من أجل ص = $\sqrt{100.8}$

الحل :

ص = $\sqrt{100(1+0.008)} = 10(1+0.008)^{\frac{1}{2}}$

ص = $10(1 + \frac{0.008}{2})$

ص = 10.04.

3 – نفس السؤال من أجل ص = $\sqrt[3]{8.(1.02)^2}$

الحل :

ص = $\sqrt[3]{(1+0.02)^2} = (1 + 0.02)^{2/3}$ ،

ص = $\left(1 + \frac{2}{3} \times 0.02\right)$،

ص = 1.013

4 – أحسب قيمة ص حيث ص = $\sqrt[3]{\frac{2.001}{1.002}}$

الحل :

ص = $\sqrt[3]{\frac{2\,(1+0.0005)}{(1+0.002)}} = \sqrt[3]{2}\,(1+0.0005)^{\frac{1}{2}}\,(1+0.002)^{-\frac{1}{2}}$

ص = $\sqrt[3]{2}\left(1+\frac{0.0005}{2}\right)\left(1-\frac{0.002}{2}\right) \cong \sqrt[3]{2}\,[1+0.00025-0.001]$

ص $\cong$ 0.999 $\sqrt[3]{2}$

5 – أحسب $\sqrt[3]{52}$ بالتقريب .

الحل : $\sqrt[3]{52} = \sqrt[3]{49+3} = \sqrt[3]{49}\left(1+\frac{3}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$

= **7** $\left(1+\frac{3}{98}\right)$

= 7 (1+ 0.03)

= 7.21.

التقريب في قياس الزوايا الصغيرة

نطلب منك عزيزي الطالب، أن ترجع إلى جدول النسب المثلثية وتقارن بين قيم الزوايا الأقل من 10 ° فتجد أن جيوب وظلال هذه الزوايا متساوية تقريباً وتساوي أيضاً قيم الزوايا بالراديان مثلاً :

α = 3° = 0.052 راديان ، جبα = 0.052 ، ظلα = 0.052

α = 7° = 0.122 راديان ، جبα = 0.122 ، ظلα = 0.123

α = 8° = 0.139 راديان ، جبα = 0.139 ، ظلα = 0.140

ومنه نقول : من أجل الزوايا الصغيرة $\alpha \le 10°$ ، ($\alpha \le 0.17$ راديان)

فإن : $\boxed{\text{جب}\,\alpha \cong \text{ظل}\,\alpha \cong \alpha \text{ (راديان)}}$

وكذلك نستطيع أن نأخذ من أجل $\alpha \le 10°$

$\boxed{\text{تجب}\,\alpha \cong 1-\frac{\alpha^2}{2} \cong 1-\frac{\text{جب}^2\,\alpha}{2}}$ ،

برهـان هـذه العلاقة كمـا يلـي :

$$\text{تجب}^2\alpha + \text{جب}^2\alpha = 1 \Leftarrow \text{تجب}\,\alpha = \overline{\text{ق}1 - \text{جب}^2\alpha} = \left(1 - \text{جب}^2\alpha\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{جب}^2\alpha + \ldots$$

جب ^{2} α صـغيـر جـدا أمـام الواحد و منه :

$$\text{تجب}\,\alpha \cong 1 - \frac{\text{جب}^2\alpha}{2} \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

مثال : أوجد تـجـب °6

الحـل : نحول 6 ° إلـى الراديـان :

$$\left\{\begin{array}{l} 180° \longleftarrow \pi \ \text{راديان} \\ 6° \longleftarrow \pi \ \text{راديان} \end{array}\right. \quad \alpha = \frac{6\,\pi}{180} = \frac{\pi}{30} \text{، راديان}$$

$$\text{تجب}\,\alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\text{تجب}\,\alpha = 1 - \frac{(\pi / 30)^2}{2} \text{،}$$

$$\text{تجب}\,\alpha = 1 - \frac{\pi^2}{1800} = 1 - \frac{1}{180} \text{،} \quad (\pi^2=10)$$

$$\text{تجب}\,\alpha = 0.995.$$

6 – تـمـثـيـل نـتـائـج الـقـيـاس بـيـانـيـاً.

لـنـدرس هـذه الـفـقـرة مـن خـلال الـمـثـال الـتـالـي :

مـثـال : عـنـد دراسـة قـانـون أوم بـيـن طـرفـي نـاقـل أومـي تـجـريـبـيـاً حـصـلـنـا عـلـى الـنـتـائـج الـتـالـيـة :

ش (آ)	0.50	0.70	1.00	1.30	1.60	2.00
ف(فولط)	3.5	4.9	7.0	9.1	12.6	14.0

حيث ف : فـرق الـكـمـون بـيـن طـرفـي الـنـاقـل الأومـي ، ش : شـدة الـتيـار الـمـار فـي الـدارة.

أ – أرسـم الـخـط الـبـيـانـي الـمـمـثـل لـتـغـيـرات ف بـدلالـة ش.

ب – إسـتـخـرج مـن الـخـط الـبـيـانـي مـقـاومـة الـنـاقـل الأومـي،

جـ – أحـسـب الإرتـيـاب " Δ م " إعـتـبـاراً مـن الـتـجـربـة الأخـيـرة بـأخـذ Δ ش = 0.05 آ وΔ ف = 0.2 فـولـط.

أ – لرسم الخط البياني ف = تا(ش) نتبع الخطوات التالية :

– نختار محورين متعامدين على الورقة الميلمترية ونوجههما،

– نكتب التابع على محور التراتيب والمتحول على محور على محور الفواصل ونرفقهما بوحدتي قياسهما بين قوسين :

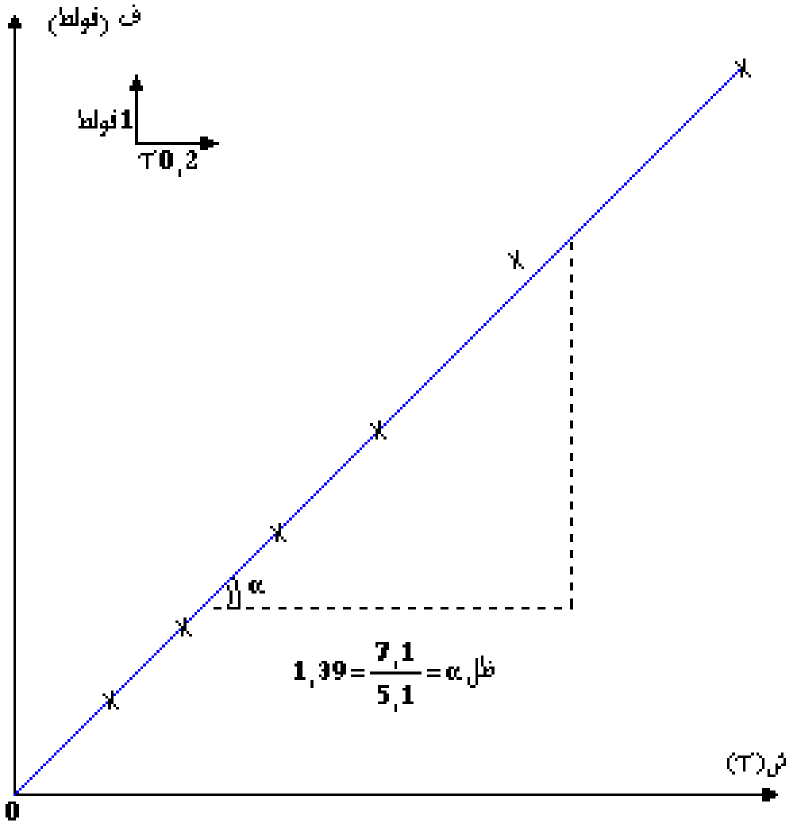
ف (فولط)، ش (آ) ،

– نختار سلماً مناسباً للرسم :

1 سم ⟵ ...فولط ، 1 سم ⟵ ...آ،

– نعين النقاط على الورقة الميليمترية إنطلاقاً من الجدول بعلامة (+)

– نصل بين هذه النقاط ونرسم الخط البياني



– الخط البياني مستقيم إمتداده يمر بالمبدأ معادلته :

ف = أش ، أ ميل المستقيم.

ب – مقاومة الناقل الأومي :

لدينا من الخط البياني : ف = أ ش ،

وحسب قانون أوم : ف = م ش ، بالمطابقة نجد : أ = م ،

م = أ = ظل α $\frac{1 \text{ فولط}}{0.2 \text{ آ}}$

م = 1.39 × 5 ،

م = 6.95 Ω ، ≅ 7.0 Ω

جـ – حساب الإرتياب المطلق Δ م :

لدينا ف = م ش ⇐ م = $\frac{ف}{ش}$

ومنه $\frac{\Delta م}{م_o} = \frac{\Delta ف}{ف_o} + \frac{\Delta ش}{ش_o}$ ⇐ Δ م = م$_o$ ($\frac{\Delta ف}{ف_o} + \frac{\Delta ش}{ش_o}$)،

من التجربة الأخيرة : م$_o$ = $\frac{ف_o}{ش_o}$ = $\frac{14.0}{2.00}$ = 7.0 Ω

ومنه Δ م ≅ 7.0 ($\frac{0.2}{14.0} + \frac{0.05}{2.00}$)

Δ م = 0.3 Ω

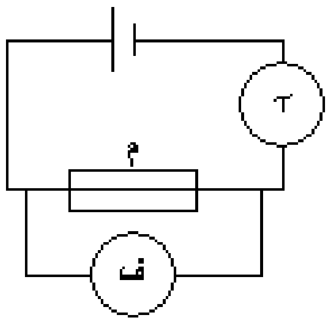
م = (7.0 ± 0.3) Ω

7 – أسئلة التصحيح الذاتي :

1 – بإستعمال التركيب المبين في الشكل المقابل نجد :

س = (0.54 ± 0.02) آ

ف = (13.5 ± 0.1) فولط.



أوجد قيمة مقاومة الناقل الأومي "م" ودقة القياس

2 – أوجد حجم كرة نصف قطرها نق = (5.00 ± 0.02) سم، نعتبر π = 3.14. أعط نتيجة القياس.

3 – تعطى عبارة دور نواس مرن بالعلاقة : د =2π $\sqrt{\frac{ك}{ق}}$ ثا

ووجد تجريبياً : د = (2.00 ± 0.02) ثا ،

ك = (100.0 ± 0.5) غ ،

أوجد ثابت المرونة ثا مع إعطاء نتيجة القياس

4 – قيست كتلة جسم "ك" وحجمه "ح" فوجدت النتائج :

ك = 16.25 غ بتقريب 1% ،

ح = (8.5 ± 0.4) سم3 .

أوجد الكتلة الحجمية ودقة القياس.

5 – لدينا مستطيل طوله ل = (20.0 ± 0.1)م وعرضه ع = (10.0 ± 0.1) م

أ – أوجد محيطه ط.

ب – أوجد مساحته سط ودقة القياس في سط

6 – أوجد بالتقريب ناتج ما يلي :

أ – $(0.001)^3$ ، ب – ق$\overline{100.3}$

جـ – $\frac{2.004}{1.996}$ ، د – $\frac{1000.5}{999.5}$

7 – أوجد : تجب (0.04 راديان)

8 - أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – لدينا حسب قانون أوم بين طرفي ناقل أومي : ف = م ش، ومنه م = $\frac{\text{ف}}{\text{ش}}$ ،

إذن : م $_o$ = $\frac{\text{ف}_o}{\text{ش}_o}$ = $\frac{13.5}{0.54}$ = 25.0 Ω ،

$\frac{\Delta\text{م}}{\text{م}_o}$ = $\left(\frac{\Delta\text{ش}}{\text{ش}_o} + \frac{\Delta\text{ف}}{\text{ف}_o}\right)$ ⇐ Δ م = م$_o$ $\left(\frac{\Delta\text{ش}}{\text{ش}_o} + \frac{\Delta\text{ف}}{\text{ف}_o}\right)$ ،

Δ م = 25 $\left(\frac{0.02}{0.54} + \frac{0.1}{13.5}\right)$ = 1.2 Ω

و تكون نتيجة القياس : م = م$_o$ ± Δم ⇐ م = (25.0 ± 1.2)Ω

ودقة القياس : $\frac{\Delta\text{م}}{\text{م}_o}$ = $\frac{1.2}{25}$ ≅ 0.05 أي $\frac{\Delta\text{م}}{\text{م}_o}$ ≅ 5 %

2 – عبارة حجم الكرة : ح = $\frac{4}{3}\pi$ نق^3

إذن $ح_0 = \frac{4}{3}\,نق^3\,\pi = \frac{4\pi}{3}(5)^3 = 523.3$ سم^3

حساب $\Delta ح$: $\Leftarrow \frac{\Delta ح}{ح_0} = \frac{3\Delta نق}{نق_0}$. $\Delta ح = 3\,ح\,\frac{\Delta نق}{نق_0}$ ،

$\Delta ح = 3 \times 523.3 \times \frac{0.02}{5} = 6.3$ سم^3

و تكون نتيجة القياس : $ح = ح_0 \pm \Delta ح \Leftarrow ح = (523.3 \pm 6.3)$ سم^3

3 – من عبارة الدور نجد : $ثا = \frac{4\pi^2 ك}{د^2}$ ،

$ثا_0 = \frac{4\pi^2 ك_0}{د_0^2} = \frac{4\pi^2 0.1}{4} = 0.1\,\pi^2 = 0.985$ ن/م

$\frac{\Delta ثا}{ثا_0} = \frac{\Delta ك}{ك} + \frac{2\Delta د}{د_0} \Leftarrow \Delta ثا = ثا_0 \left(\frac{\Delta ك}{ك} + \frac{2\Delta د}{د_0}\right)$ ،

$\Delta ثا = 0.985 \left(\frac{05}{100} + \frac{0.04}{2}\right) = 0.025$ ن/م.

ومنه نكتب نتيجة القياس:

$ثا = ثا_0 \pm \Delta ثا = (0.985 \pm 0.025)$ ن/م

4 – لدينا الكتلة الحجمية $كح = \frac{ك}{ح}$ ،

إذن : $كح_0 = \frac{ك_0}{ح_0} = \frac{16.25}{8.5} = 1.9$ غ/سم^3 ،

$\frac{\Delta كح}{كح_0} = \frac{\Delta ك}{ك_0} = \frac{\Delta ح}{ح_0} \Leftarrow \Delta كح = كح_0 \left(\frac{\Delta ك}{ك_0} + \frac{\Delta ح}{ح_0}\right)$ ،

$\Delta كح = 1.9 \left(\frac{1}{100} + \frac{04}{85}\right) \cong 0.1$ غ/سم^3 ،

ومنه تكون $كح = (1.9 \pm 0.1)$ غ/سم^3

دقة القياس : $\frac{\Delta كح}{كح_0} = = \frac{1}{20} \cong \frac{0.1}{1.9}\,5$ %.

5 – أ – محيط المستطيل : $ط = (ل + ع) \times 2$

إذن : $ط_0 = (ل_0 + ع_0) \times 2 = (20.0 + 10.0) \times 2 = 60.0$ م.

$\Delta ط = (\Delta ل + \Delta ع) \times 2 = (0.1 + 0.1) \times 2 = 0.4$ م ،

ومنه ط = (60.0 ± 0.4) م

ب – مساحة المستطيل سط = ل× ع ،

إذن : $\text{سط}_o = \text{ل}_o \times \text{ع}_o = 20 \times 10 = 200$ م2.

$$\frac{\Delta\,\text{سط}}{\text{سط}_o} = \frac{\Delta\,\text{ل}}{\text{ل}_o} + \frac{\Delta\,\text{ع}}{\text{ع}_o} \Leftarrow \Delta\,\text{سط} = \text{سط}_0\left(\frac{\Delta\,\text{ل}}{\text{ل}_0} + \frac{\Delta\,\text{ع}}{\text{ع}_0}\right)$$

$$= 200\left(\frac{0.1}{20} + \frac{0.1}{10}\right)$$

Δ سط = 3 م2.

ومنه سط = (200 ± 3) م2.

دقة القياس $\frac{\Delta\,\text{سط}}{\text{سط}_o} = \frac{3}{200} = 1.5\ \%$

6 – أ – $(1.001)^3 = (1 + 0.001)^3 \cong 1 + 0.003 = 1.003$

ب $\sqrt{100.3} = (100 + 0.3)^{\frac{1}{2}} = 10\left(1 + \frac{0.3}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 10\,(1 + 0.003)^{\frac{1}{2}}$

$\cong 10\,(1 + 0.0015) = 10 + 0.015 = 10.015$

$$\frac{2.004}{1.996} = \frac{2 + 0.004}{2 - 0.004} = \frac{\cancel{2}(1 + 0.002)}{\cancel{2}(1 - 0.002)} = (1 + 0.002)(1 - 0.002)^{-1}$$

$\cong (1 + 0.002)(1 + 0.002) \cong 1 + 0.002 + 0.002 = 1.004$.

د – $$\frac{1000.5}{999.5} = \frac{1000 + 0.5}{1000 - 0.5} = \frac{\cancel{1000}(1 + 0.0005)}{\cancel{1000}(1 - 0.0005)}$$

$= (1 + 0.0005)(1 - 0.0005)^{-1}$

$= (1 + 0.0005)(1 + 0.0005) = 1 + 0.0005 + 0.0005 = 1.001$

7 – لدينا $\text{جب}^2\alpha + \text{تجب}^2\alpha = 1 \Leftarrow \text{تجب}^2\alpha = 1 - \text{جب}^2\alpha$

$\text{تجب}\,\alpha = \sqrt{1 - \text{تجب}^2\alpha}$ ،

0.04 راديان تقابل زاوية صغيرة α φ $10°$ و منه يكون :

حب $\alpha = \alpha$ ،

تجب $\alpha = \sqrt{1 - \alpha^2}$ ،

تجب $\alpha \cong (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}$

تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ ،

تجب 0.04 راديان $\cong 1 - \frac{(0.04)^2}{2} = 0.9992$

8 – نحول 3° إلى الراديان :

$$\left\{\begin{array}{lll} 180° & \longleftarrow & \pi \text{ راديان} \\ 3° & \longleftarrow & \alpha \end{array}\right. \quad \alpha = \frac{\pi}{60} \text{ راديان}$$

يكون تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{60}\right)^2}{2}$ ،

تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\pi^2}{7200}$ ، $(\pi^2 = 10)$

تجب $\alpha \cong 1 - 0.0014$ ،

تجب $\alpha \cong 0.9986$ ،

ظل $\alpha \cong \alpha = \frac{\pi}{60} = 0.0523$.