

Correction de la fin de la fiche Numération (3)

EXERCICE 3 : vrai ou faux ?

- Si le reste de la division par trois d'un nombre entier est 1 et si le reste de la division par 4 de ce même nombre est 1, alors le reste de la division par 12 est aussi 1.

Appelons n le nombre donné au départ.

Le reste de la division par trois de n est 1, donc $n = 3q + 1$, et le reste de la division par 4 de n est 1, donc $n = 4q' + 1$, avec q et q' entiers.

On a donc $3q + 1 = 4q' + 1$, d'où $3q = 4q'$, donc 3 divise $4q'$. On en déduit que le facteur premier 3 se trouve dans la décomposition en produit de nombres premiers de $4q'$. Ne se trouvant pas dans celle de $4 = 2^2$, il se trouve nécessairement dans celle de q' . On en déduit que $q' = 3q''$, d'où $n = 4 \times 3q'' + 1$, d'où $n = 12q'' + 1$. On en déduit bien que le reste de la division par 12 de n est aussi 1.

Cette proposition est donc VRAIE.

- Le reste de la division par 5 de 124536×524863 est 3.

On sait qu'un nombre n a pour reste 0 dans la division par 5 si et seulement si n a pour chiffre des unités 0 ou 5.

On en déduit que, pour calculer le reste de la division par 5 d'un nombre n , il suffit de regarder le chiffre des unités u et de calculer le reste de la division par 5 de u .

Or le chiffre des unités du produit 124536×524863 est 8, qui est le chiffre des unités de 6×3 . La division par 5 de 8 donnant un reste égal à 3, on en déduit que la proposition est VRAIE.

EXERCICE 4 : question complémentaire (d'après Paris-Créteil-Versailles)

D'après « Mathématiques CRPE, Concours de recrutement de professeur des écoles », Ed FOUCHER, août 2008, p. 99 à 101.

1. Les notions mathématiques en jeu dans les séances 1 et 2 sont :

- quotient et reste dans la division euclidienne ; multiples et diviseurs d'un nombre entier ;
- critères de divisibilité par 2, 5 et 10.

Les connaissances utilisables sont :

- savoir effectuer la division euclidienne d'un nombre entier par 8 et 5 (si la division euclidienne a déjà été traitée) ;
- savoir trouver un nombre, connaissant son quotient et son reste dans la division par 8 ;
- connaître les tables de multiplication par 8, 5, 2 et 10.

2. Pour la séance 1, les objectifs sont :

- résoudre un problème relevant de la division euclidienne dans un contexte autre que celui du partage équitable (souvent privilégié) ;
- faire apparaître que les restes ne peuvent prendre que certaines valeurs ;
- réinvestir les notions de multiple et de diviseur ;
- faire observer le lien entre l'organisation de la suite numérique proposée et la détermination de la valeur du quotient et du reste d'une division euclidienne.

Pour la séance 2, les objectifs sont :

- réinvestir les observations faites lors de la séance 1 ;
- faire ressortir les critères de divisibilité d'un nombre par 5, 2 et 10.

3. M. Lécole pourrait construire une feuille de calcul à l'aide d'un tableur afin de valider les réponses pour les grands nombres. En revanche, l'utilisation du tableur par les élèves pour créer une feuille de calcul ne semble pas envisageable. D'autre part, M. Lécole pourrait proposer aux élèves d'utiliser leur calculatrice afin de valider leurs réponses concernant les grands nombres.

4. Les premiers nombres proposés (19 et 23) figurent dans la table complétée au tableau. Ce choix permet au maître de s'assurer que tous les élèves ont bien compris la consigne (vocabulaire : ligne, colonne...).

Les nombres suivants (62 et 70) ne sont pas divisibles par 8, mais sont suffisamment proches de 64, multiple bien connu, pour que l'appui sur ce nombre soit favorisé et qu'une procédure d'anticipation se mette en place. Les élèves peuvent valider leur réponse en ayant recours au tableau.

Les nombres 784 et 852 sont assez grands pour dissuader les élèves de recourir au tableau.

Les nombres à éviter sont ceux figurant déjà dans le tableau, ceux qui figureraient dans les deux lignes suivantes et les multiples de 8 connus.

5. On peut donner la réponse sous la forme d'un tableau :

	Tâche de l'élève	Intervention du maître
Phase 1 : phase de lancement	Il s'agit d'un travail collectif. L'élève va passer au tableau pour compléter le tableau de l'exercice. Il essaye de répondre aux deux questions.	Il vérifie que les enfants savent continuer le tableau. Il aide ceux qui présentent des difficultés. Il gère la prise de parole, questionne les enfants lorsqu'ils donnent une réponse.
Phase 2 : phase de recherche	La première partie est individuelle. Chaque enfant cherche à répondre au problème. Il émet des hypothèses. La phase collective permet aux enfants de discuter entre eux, de comparer leurs résultats.	Le maître circule, peut aider les enfants qui ont du mal mais sans leur donner une direction précise : aide par questionnement ou par reformulation de la consigne. Il participe à la discussion en posant des questions, en jouant « l'avocat du diable ».
Phase 3 : phase de réinvestissement	Les enfants sont en phase de recherche individuelle. Ils doivent réinvestir ce qu'ils ont appris en phase 2.	Le maître circule et aide ceux qui ont des difficultés.
Phase 4 : phase d'institutionnalisation	Les enfants font ressortir ce qu'ils ont appris, comparent, fixent le vocabulaire.	L'enseignant participe en questionnant, en faisant verbaliser les enfants.

Le maître induit un questionnement sans jamais donner la solution. Il n'indique ni les démarches à suivre ni les connaissances mises en jeu. Il met les élèves en position de recherche active et joue son rôle d'étayage (reformulation des consignes, relance, choix de questions judicieuses, et enfin institutionnalisation).

6. Les notions mathématiques mises en jeu sont :

- multiples et diviseurs d'un nombre ;
- caractères de divisibilité par 2, 3, 5, 10.

En effet, les activités proposées demandent la même chose :

- chercher les multiples d'un nombre donné ;
- observer ces multiples ;
- vérifier en lisant la règle.

7. L'enfant ne fait que lire et répondre à des questions très précises qui débouchent sur une règle qui lui est imposée. L'élève est un exécutant placé sous le contrôle du maître. Tout est « prémaché » : la présentation et la définition de la notion de multiple, la découverte des critères de divisibilité à partir d'exemples simples, etc.

Si le travail se fait individuellement, le maître circule et vérifie que les enfants comprennent, réussissent à lire correctement et à appliquer. Il explique, définit, corrige.

Si le travail se fait collectivement, le rôle du maître sera de distribuer la parole pour répondre aux questions.