CORRECTION DU TEST MATHEMATIQUES PE1 09/2009 (1h)

Exercice 1 :

a. Le chiffre des unités de $1\ 025$ est 5, donc 1025 est divisible par 5.

b. $3{,}6\times10^2 = 360$; le chiffre des unités de 360 est 0, donc $3{,}6\times10^2$ est divisible par 5.

c. $0\times10^6 = 0$; le chiffre des unités de 0 est 0, donc 0×10^6 est divisible par 5.

d. $40\ 120\times10^{-1} = 4012$; le chiffre des unités de 4012 est 2, donc $40\ 120\times10^{-1}$ n'est pas divisible par 5.

e. $19\times10^6 = 19\ 000\ 000$; le chiffre des unités de $19\ 000\ 000$ est 0, donc 19×10^6 est divisible par 5.

Exercice 2 :

On sait que b est un chiffre en base 10, donc b est un entier compris entre 0 et 9.
D'autre part, on sait que m est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9, ce qui équivaut à $6b + 30$ divisible par 9. Comme $6b + 30 = 3\times2(b + 5)$, on en déduit que m est divisible par 9 si et seulement si $b + 5$ est divisible par 3.
La méthode exhaustive, avec b variant entre 0 et 9, indique que les seules valeurs de b qui conviennent sont $b = 1$, $b = 4$, ou $b = 7$.

Exercice 3 :

Notons $n = 135792468$.
n est pair, donc divisible par 2. D'autre part, après division par 2, le chiffre des unités sera 4, puisque $68 = 2\times34$. On en déduit que l'on pourra diviser n une deuxième fois par 4, donc n est divisible par 4.
Par ailleurs, $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 2 + 4 + 6 + 8 = 45$ est divisible par 9, donc n est divisible par 9.
Or $4 = 2^2$ et $9 = 3^2$ sont premiers entre eux, puisque leur seul diviseur commun est 1.
Finalement, n est divisible par 4, n est divisible par 9, avec 4 et 9 qui sont premiers entre eux : le théorème de Gauss nous indique alors que n est divisible par $4\times9 = 36$.

Exercice 4 :

Effectuons la division euclidienne de $4\ 000$ par 129. On obtient $4\ 000 = 129\times31 + 1$. Le reste est égal à 1, donc le quotient 31 est trop grand, puisqu'il reste 28 € dans le partage.
Le partage en parts de 129 € avec le quotient immédiatement inférieur est donné par $4\ 000 = 129\times30 + 129 + 1$, d'où $4\ 000 = 129\times30 + 130$. Ce partage convient, puisque $130 > 28$.
On en déduit que le jeu a au maximum 30 gagnants. Puisqu'il reste alors 28 €, on en déduit que la somme totale maximale en jeu est $129\times30 + 28 = 3\ 898$ €.

Exercice 5 :

Voir la figure ci-contre:
Description rapide de la construction :
Tracer le cercle C_1 de centre B et de rayon 10.
Tracer le cercle C_2 de diamètre $[AB]$.
Tracer le cercle C_3 de centre A et de rayon 8.
Noter H un point d'intersection de C_2 et C_3.
La demi-droite $[BH)$ recoupe le cercle C_1 en C.
Tracer les segments $[AC]$ et $[BC]$.