Baccalauréat Asie ES juin 2008

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*

1. Une baisse de 25 % est compensée par une hausse, arrondie à l'unité, de :
   a. 20 % **b.** 25 % **c.** 33 %
2. La population d'une ville a augmenté de 7 % en 2004, de 5 % en 2005 et de 6 % en 2006. L'augmentation de la population de cette ville sur la période 2004-2006 est, arrondie à l'unité près, égale à :
   a. 17 % **b.** 18 % **c.** 19 %

Les élèves de deux classes de terminale ES (désignées par TE1 et TE2) sont répartis selon leur spécialité (qui sont abrégées en SES, LV, Math) de la façon suivante :

		TE1	TE2	Total
Spécialité	SES	16	8	24
	LV	12	14	26
	Math	6	10	16
Total		34	32	66

On interroge un élève au hasard. Les données précédentes sont à utiliser pour les trois questions suivantes :

3. La probabilité que l'élève interrogé appartienne à la TE1 est égale à :
   a. $\dfrac{1}{66}$ **b.** $\dfrac{1}{34}$ **c.** $\dfrac{17}{33}$
4. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math ou appartienne à la TE1 est égale à :
   a. $\dfrac{2}{3}$ **b.** $\dfrac{25}{33}$ **c.** $\dfrac{1}{11}$
5. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math sachant qu'il appartient à la TE1 est égale à :
   a. $\dfrac{1}{34}$ **b.** $\dfrac{1}{11}$ **c.** $\dfrac{3}{17}$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$u(x) = \frac{10 - x}{x}$$

1. Calculer les limites de u en 0 et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de u.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{u(x)}.$$

3. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Quelles conséquences graphiques peut-on en déduire ?

4. Établir, en justifiant, le tableau de variations de f.
5. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 1$.
6. L'équation $f(x) = -x$ admet-elle une solution ? Pourquoi ?
Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

Exercice 3 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros depuis 2001.

Date	1/07/2001	1/07/2002	1/07/2003	1/07/2004	1/07/2005	1/07/2006	1/07/2007
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur en euros y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 1 rang en abscisse et 5 cm représentent 1 € en ordonnée faire débuter la graduation à 6 sur l'axe des ordonnées).
2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).
Tracer cette droite dans le repère précédent.
3. La forme du nuage suggère une modification de l'évolution du SMIC horaire brut à partir de juillet 2004. Pour $x \geqslant 4$, on choisit d'ajuster le nuage de points par une courbe $\mathscr{C}$ d'équation
$$y = a\ln(x-3)+b$$
où a, et b sont deux réels. Déterminer les réels a et b tels que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $(4\,;\,7{,}61)$ et $(7\,;\,8{,}44)$ (arrondir les réels a et b à 10^{-2}).
Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère précédent.
4. Arthur est un jeune salarié, rémunéré au SMIC. Il souhaite estimer la valeur du SMIC au 1er juillet 2009. Quel est, parmi les modèles utilisés aux questions **2** et **3**, celui qui lui sera le plus favorable ?

Exercice 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la surface S d'équation
$$z = y \times \ln(x),$$
où x appartient à l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$ et y appartient l'intervalle $[-3\ ;\ 5]$. Cette surface S est représentée sur l'annexe correspondant à cet exercice qui est à rendre avec la copie.
Les cinq questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1. On note P le plan d'équation $x = 3{,}5$. Quelle est la nature de l'intersection de la surface S et du plan P ?
2. On désigne par $\mathscr{C}_2$ l'intersection de la surface S avec le plan d'équation $y = 2$. Représenter la courbe $\mathscr{C}_2$ dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.
3. Placer sur la surface S le point A d'abscisse 2 et d'ordonnée 4. Calculer sa côte.
4. Lire les coordonnées du point B situé sur la surface S.
5. On considère la section C de la surface S par le plan d'équation $z = 1$.
   a. Calculer l'ordonnée du point D d'abscisse 4 situé sur la section C. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} près. Placer le point D sur la surface S.

b. Arthur pense que la nature de la section C est un morceau de parabole. A-t-il raison ? Pourquoi ?

Exercice 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique une quantité x, comprise entre 0 et 20, d'un certain objet.
Le coût total de production f, exprimé en euros, est représenté par la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère d'origine O du graphique 1 fourni en annexe (à rendre avec la copie). La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 14 est tracée sur le même graphique.

1. **a.** Quel est le coût total de production de 10 objets ?

   b. Quelle quantité maximale d'objets est-il possible de produire pour un coût total inférieur à 150 € ?

2. Le coût marginal g est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par la dérivée du coût total de production $g(x) = f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,20]$.

   a. En utilisant le graphique 1 de l'annexe, déterminer la valeur du coût marginal pour $x = 14$. Comparer $g(14)$ et $g(19)$.

   b. Quelle est, parmi les trois courbes proposées sur le graphique 2, celle qui représente le coût marginal ? Justifier la réponse.

3. Le coût moyen h est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

   a. Estimer $h(5)$.

   b. Sur le graphique 1 de l'annexe, placer le point Q d'abscisse 5 situé sur la courbe $\mathscr{C}$, puis tracer la droite (OQ).

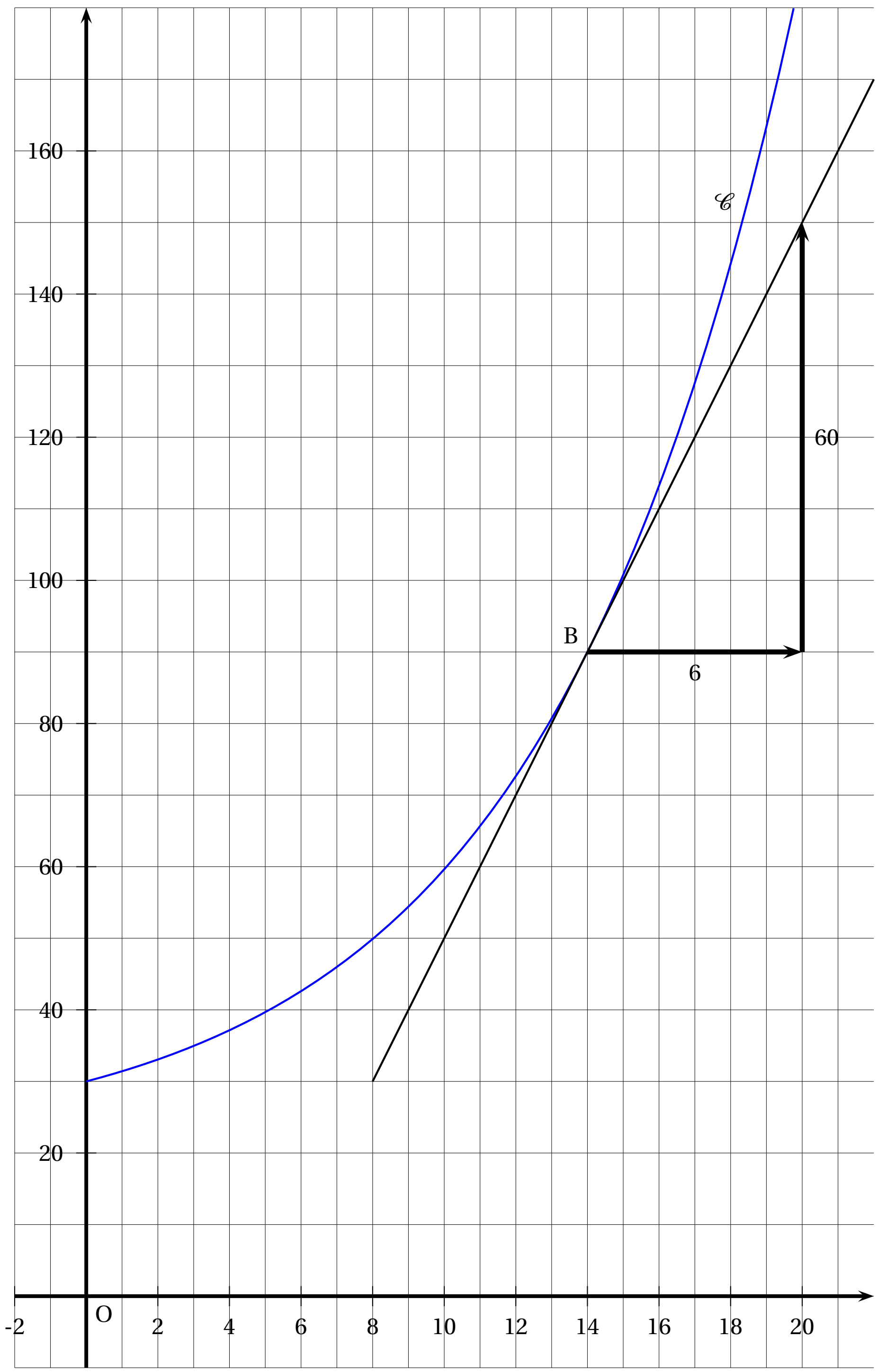
   Une expression du coefficient directeur de la droite (OQ) est $\dfrac{f(5)}{5}$. Justifier cette expression.

   c. Placer le point A sur la courbe $\mathscr{C}$ tel que la droite (OA) soit tangente à $\mathscr{C}$. On appelle a l'abscisse du point A.

   d. Conjecturer les variations de h sur l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

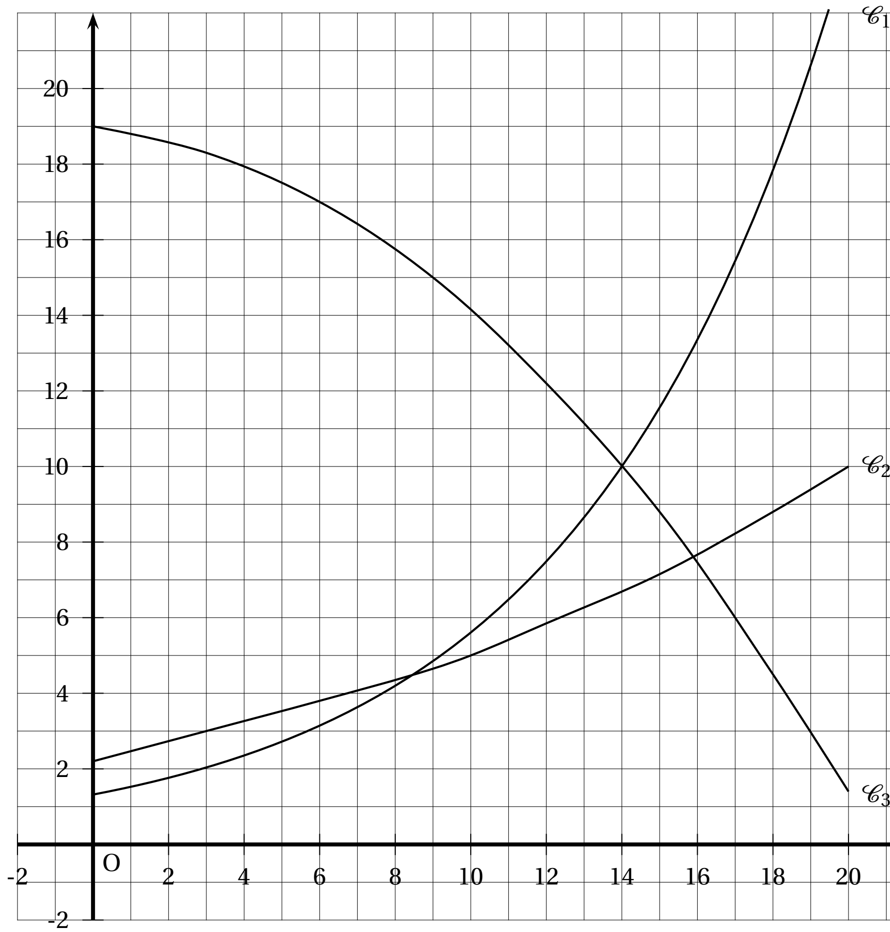
Annexe à rendre avec la copie

Graphique 1



Annexe à rendre avec la copie

Graphique 2



Exercice de spécialité

Annexe de exercice 3 à rendre avec la copie