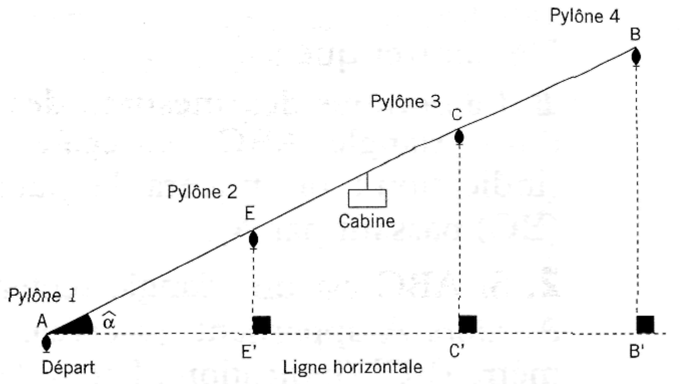
CORRECTION DES EXERCICES 4, 5, 6 DE GEOMETRIE PLANE (3) : Théorème de Thales.

Exercice 4 (d'après CRPE Créteil)



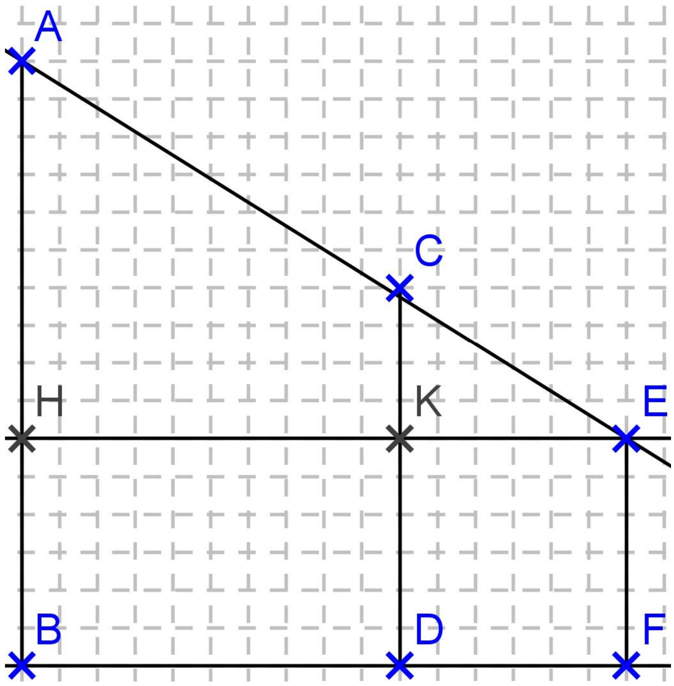
1. Appelons p la pente de ce câble : on a $p = \dfrac{BB'}{AB'}$

Dans le triangle ABB', rectangle en B', le théorème de Pythagore donne $AB'^2 = AB^2 - BB'^2$.
Or $BB' = 2{,}62 - 2{,}100 = 0{,}52$ km, d'où
$AB'^2 = 2{,}48^2 - 0{,}52^2 = 5{,}88$.
On en déduit que $AB' = \sqrt{5{,}88} = 1{,}4\sqrt{3} \approx 2{,}42$ km.
On a donc $p = \dfrac{0{,}52}{1{,}4\sqrt{3}} \approx 0{,}21$ soit $p \approx 21\%$

2. Dans le triangle ABB', on a C point de $[AB]$, C' point de $[AB']$ et $(CC') \,//\, (BB')$. Le théorème de Thalès donne $\dfrac{CC'}{BB'} = \dfrac{AC}{AB}$, d'où $CC' = \dfrac{AC}{AB} \times BB'$. Sachant que $AC = 2{,}48 - 0{,}48 = 2$ km, on a donc $CC' = \dfrac{2}{2{,}48} \times 0{,}52$, d'où $CC' = \dfrac{13}{31} \approx 0{,}419$ km. L'altitude du point C arrondie au mètre est donc 2519 m.

3. E étant le milieu du segment $[AC]$, on a donc $EC = \dfrac{AC}{2}$, d'où $EC = 1\,000$ m. Appelons t le temps mis pour parcourir la distance EC à la vitesse de $v = 5$m/s : on a $v = \dfrac{EC}{t}$, d'où $t = \dfrac{EC}{v} = \dfrac{1000}{5} = 200$ s. Sachant que $200 = 3 \times 60 + 20$, on en déduit que le temps mis pour parcourir la distance EC est 3 min 20 s.

Exercice 5



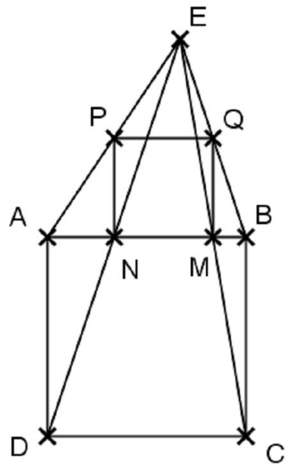
1. Figure ci-contre à l'échelle ¼.
2. Traçons la droite (AE) et la droite (d) perpendiculaire à (AB) passant par E, qui coupe (CD) en K et (AB) en H.

Supposons que le point C appartienne à la droite (AE).
Sachant que B, D, F sont alignés et que $(CK) \,//\, (AH)$, le théorème de Thales dans AEH donne $\dfrac{EH}{EK} = \dfrac{AH}{CK}$.

Or $\dfrac{EH}{EK} = \dfrac{FB}{FD} = \dfrac{32}{12} = \dfrac{8}{3}$, et $\dfrac{AH}{CK} = \dfrac{AB - EF}{CD - EF} = \dfrac{20}{8} = \dfrac{5}{2}$.

Or $\dfrac{8}{3} \neq \dfrac{5}{2}$, car $8 \times 2 \neq 5 \times 3$. On aboutit à une contradiction.
On en conclut en raisonnant par l'absurde que l'hypothèse initiale est fausse : les points A, C, E ne sont pas alignés.

Exercice 6



1. Voir ci-contre.
2. Dans le triangle EAD, les points P et N appartiennent aux segments $[EA]$ et $[ED]$, avec $(PN) \,//\, (AD)$. Le théorème de Thales nous donne $\dfrac{EP}{EA} = \dfrac{EN}{ED} = \dfrac{PN}{AD}$ (1).

Dans le triangle EBC, le même raisonnement donne $\dfrac{EQ}{EB} = \dfrac{EM}{EC} = \dfrac{QM}{BC}$ (2).

Dans le triangle EDC, le même raisonnement donne $\dfrac{EN}{ED} = \dfrac{EM}{EC} = \dfrac{MN}{DC}$ (3).

On conclut de (3) que tous ces rapports sont égaux à un même nombre réel k.

En particulier, dans le triangle EAB, points P et Q appartiennent aux segments $[EA]$ et $[EB]$,avec $\frac{EP}{EA} = \frac{EQ}{EB} = k$.

D'après la réciproque du théorème de Thales, on en conclut que (PQ) // (AB).

Finalement, dans le quadrilatère $MNPQ$, on a (PN) // (QM) et (PQ) // (MN). D'autre part, $(PN) \perp (MN)$. Le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme ayant un angle droit, donc $MNPQ$ est un rectangle.

Par ailleurs, $\frac{PN}{AD} = \frac{MN}{DC} = k$, donc $PN = kAD$ et $MN = kDC$. Sachant que $ABCD$ est un carré, on a $AD = DC$, d'où l'on déduit que $PN = MN$.

Le rectangle $MNPQ$ a deux côtés consécutifs de même longueur, donc $MNPQ$ est un carré.

2. a. Figure en cm à l'échelle 5 ci-dessous : difficile de ne pas oublier un trait de compas avec le quadrillage…

b. i. Le triangle EAB étant équilatéral, le point H est le milieu de $[AB]$ et plus généralement, la droite (EK) est un axe de symétrie de la figure. H est donc le milieu de $[AB]$ et K est le milieu de $[CD]$.

Dans le triangle AEH, rectangle en H, le théorème de Pythagore donne $EH^2 = EA^2 - AH^2$, d'où $EH^2 = 4 - 1 = 3$. On en déduit que $EH = \sqrt{3}$. Sachant que $EK = EH + HK$, avec $HK = AD = 2$, on a $EK = 2 + \sqrt{3}$.

ii. Dans le triangle EKD, rectangle en K, on sait que H et N sont des points des segments $[ED]$ et $[EK]$, et que (NH) // (KD). Le théorème de Thales donne $\frac{HN}{KD} = \frac{EH}{EK}$, d'où $HN = KD \times \frac{EH}{EK}$. On en déduit que $HN = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$, d'où $PQ = \frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$. On trouve $PQ \approx 0{,}9$ cm. Sur la figure à l'échelle 5, on trouve $4{,}6$ cm environ, ce qui est cohérent avec le résultat précédent .