

TD N°3 : Programmation Stochastique

[Première Partie]

Exercice1

Démontrer que :

- a) L'intersection de deux ensembles convexe est convexe.
- b) L'union de deux ensembles convexe n'est pas convexe.

Exercice 2

Etant donné un PLS avec recours, considérons le problème de seconde étape suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & 2y_1 + y_2 \\ \text{s.t.} \quad & y_1 + 2y_2 \geq \xi_1 - x_1, \\ & y_1 + y_2 \geq \xi_2 - x_1 - x_2, \\ & 0 \leq y_1 \leq 1, \quad 0 \leq y_2 \leq 1. \end{aligned}$$

Tel que : $\xi_1 \in [2,4]$, $\xi_2 \in [2,4]$

Question: Trouver les contraintes induites correspondantes.

Exercice 3

Soit le problème P suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & 5y_1 + 2y_2 \\ \text{s. c} \quad & \\ & y_1 \geq 1 - x_1 \\ & y_2 \geq \xi - x_1 - x_2 \\ & y_1, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Question: Le problème P a-t-il un recours complet ?

Exercice4

Un fermier dispose de 500A de terre et cultive de blé du maïs et des betteraves sucrières. Au moins 200T de blé et 240T de maïs sont nécessaires pour nourrir son bétail. Tout surplus peut être vendu, mais un complément doit être acheté en dessous de ces valeurs. Le prix d'achat est de 40% supérieur au prix de vente. Le fermier peut vendre la betterave pour 36 \$/T pour les 6000 premières tonnes et 10 \$/T au-delà, en raison des quotas européens. Le rendement des différentes cultures dépendront de la météo. On suppose qu'il y a trois scénarios équiprobables : mauvaise, moyenne et bonne année.

Culture		Blé	Maïs	Betterave
Rendement	Mauvaise année	2	2.4	16
	Année moyenne	2.5	3	20
	Bonne année	3	3.6	24
Coût de plantation (\$/A)		150	230	260
Prix de vente (\$/T)		170	150	36 ($\leq 6000T$), 10

NB. A : Acres ; T : Tonnes.

Question : Modéliser le problème de minimisation des dépenses du fermier sous forme d'un PLS.

Exercice 5

Dans le secteur de la santé, les hôpitaux doivent assurer aux patients des soins infirmiers hautement spécialisés. Afin de garantir une prise en charge des patients dans les mesures standards de qualité, le bon nombre ainsi que le bon type du personnel infirmier doit être disponible instantanément pour satisfaire les différentes demandes (aléatoires, bien évidemment). Considérons le problème d'affectation annuelle du personnel infirmier dans un hôpital disposant de trois classes d'infirmiers/soins, où :

- Les infirmiers peuvent travailler pour des heures supplémentaires.
- Des infirmiers de la classe i peuvent être affectés pour assurer des activités de la classe $i+1$.
- En cas d'insuffisance en personnel, l'hôpital peut faire recours à une agence privée pour combler le manque, évidemment avec des coûts supplémentaires.
- La disponibilité des infirmiers change d'un mois à l'autre (à cause des congés par exemple).

Question 1: Classifier les décisions suivantes en décisions stratégiques ou tactiques :

- Le nombre des heures supplémentaires que les infirmiers de classe i travaillent durant le mois m .
- Heures de soin de classe i qui peuvent être utilisées pour satisfaire les demandes en soins de classe $i+1$.
- Le nombre des infirmiers régulier de type i .
- Le nombre des heures de soin i assurées par l'agence privée pour le mois m .

Question 2: Il est demandé de formuler le problème de minimisation des dépenses annuelles de l'hôpital en tenant compte, entre autre, des données suivantes :

c_i	Dépenses annuelles de l'hôpital pour un infirmier de classe i .
h	Les heures de travail total d'un infirmier durant une année.
d_i	Minimum de la demande annuelle en heures de soin spécialisé i . (une borne qui peut être spécifiée par les réglementations internes de l'hôpital).
$b_{i,m}$	Maximum des heures supplémentaires autorisées pour la classe i , le mois m .
s_i	Coût d'une heure supplémentaire de soin i .
$e_{i,m}$	Disponibilité (en heure) d'un infirmier de classe i , le mois m .
$d_{i,m}$	(Réalisation) Demande en heures de soins de type i le mois m .
....