1 ere S probabilités feuille 2

Partie A

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher parmi lesquelles se trouvent 5 boules rouges et 3 boules noires.

Un joueur tire au hasard, successivement et **avec remise**, deux boules de l'urne.

1. Représenter l'univers des tirages possibles en utilisant un tableau.
2. On considère les trois évènements :
   - E : « les deux boules tirées sont rouges »
   - F : « les deux boules tirées sont noires »
   - G : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

   Calculer les probabilités de ces trois évènements.
   Calculer la somme de ces 3 probabilités. Le résultat était-il prévisible ?
3. On propose au joueur le jeu suivant : si les deux boules tirées ont des couleurs différentes il gagne 3€, sinon il perd 2€. On appelle X la variable aléatoire représentant son gain. Déterminer la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique E(X).
   Ce jeu est-il avantageux pour le joueur ?

Partie B

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 5.

Une urne contient n boules indiscernables au toucher parmi lesquelles se trouvent 5 boules rouges et $n - 5$ boules noires.

Un joueur tire au hasard, successivement et **avec remise**, deux boules de l'urne.

1. Expliquer pourquoi le nombre de tirages possibles est n^2.
2. On considère les trois évènements :
   - E : « les deux boules tirées sont rouges »
   - F : « les deux boules tirées sont noires »
   - G : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

   Calculer P(E) et P(F) en fonction de n. Vérifier que P(G) = $\dfrac{10n-50}{n^2}$.
3. Soit f la fonction définie sur $[5; +\infty[$ par $f(x)=\dfrac{10x-50}{x^2}$. Calculer $f'(x)$, puis construire le tableau de variation de f sur $[5; +\infty[$ avec la limite en $+\infty$.
   Pour quelle valeur de n la probabilité P(G) est-elle maximale ?

Partie C

On garde la même urne que dans la partie B, mais cette fois le joueur tire ses deux boules **sans remise**.

1. Expliquer pourquoi le nombre de tirages possibles est cette fois $n^2 - n$.
2. Calculer la probabilité de l'évènement G : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes ».
3. On propose au joueur le jeu suivant : il gagne 2€ s'il tire deux boules de couleurs différentes et il perd 1€ dans le cas contraire. On appelle X la variable aléatoire représentant son gain.
   a) Donner la loi de probabilité de X.
   b) Montrer que E(X) = $\dfrac{-n^2+31n-150}{n^2-n}$.
   c) Quelle doit-être la composition de l'urne pour que le jeu soit équitable ?